

Chương 4

TIẾT DIỆN TRÒN VÀ VÒNG KHUYÊN

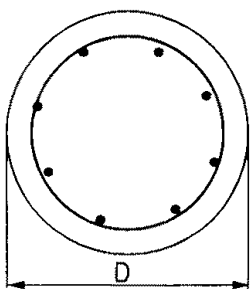
4.1. ĐẠI CƯƠNG VỀ CỘT CÓ TIẾT DIỆN TRÒN VÀ VÒNG KHUYÊN

4.1.1. Hình dạng và cấu tạo

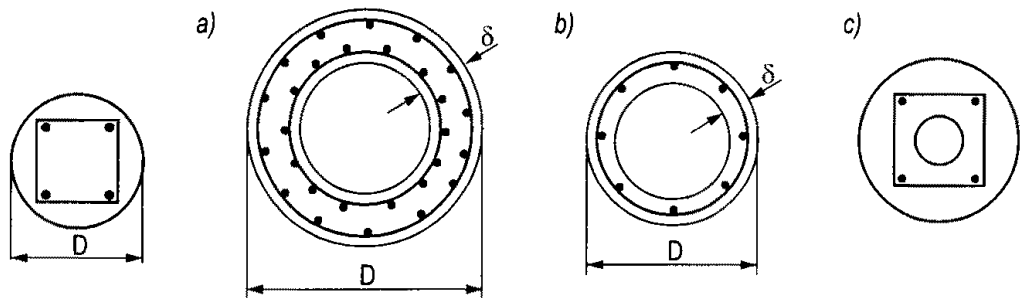
Cột có tiết diện tròn thường được dùng trong các nhà dân dụng và công cộng theo yêu cầu của kiến trúc. Khi chịu uốn và nén lệch tâm tiết diện tròn làm việc ít hiệu quả hơn so với tiết diện chữ nhật vì trong tiết diện tròn phần lớn vật liệu tập trung gần trục trung hoà. Tuy vậy tiết diện tròn có ưu điểm là đối xứng với mọi trục qua trọng tâm, độ mảnh bằng nhau theo mọi phương và trong tính toán không cần phân biệt nén lệch tâm phẳng hoặc nén lệch tâm xiên.

Cột tiết diện tròn được đặt cốt thép đều theo chu vi và thường có số lượng từ 6 thanh trở lên. Tuy vậy với những cột có đường kính bé (dưới 25cm) có thể chỉ cần đặt 4 thanh hoặc 3 thanh (nếu chỉ đặt theo cấu tạo)

Cột có tiết diện vòng khuyên (hình 4.2) thường là các cột lắp ghép được chế tạo sẵn bằng phương pháp li tâm. Cũng có thể gặp các cột đổ tại chỗ ở một số công trình công cộng, đình chùa, cột đỡ bầu tháp nước, ống khói...



Hình 4.1. Tiết diện tròn



Hình 4.2. Tiết diện vòng khuyên

Về phương diện chịu lực tiết diện vòng khuyên hợp lí hơn tiết diện tròn, nhưng thi công phức tạp hơn.

Tiết diện vòng khuyên thường được cấu tạo với chiều dày $\delta < \frac{1}{4}D$ (D - đường kính ngoài), cốt thép được đặt theo chu vi với số lượng từ 6 thanh trở lên. Với tiết diện vừa phải và số lượng cốt thép không nhiều thì cốt thép chỉ đặt một lớp, trên một vòng tròn

đường kính D_a . Với tiết diện lớn, số lượng cốt thép nhiều, có thể đặt cốt thép thành hai lớp (hình 4.2a) với đường kính trung bình D_a . Trường hợp đặc biệt khi D khá bé có thể cấu tạo tiết diện với $\delta > \frac{1}{4}D$ và số lượng cốt thép ít hơn 6 thanh (hình 4.2c).

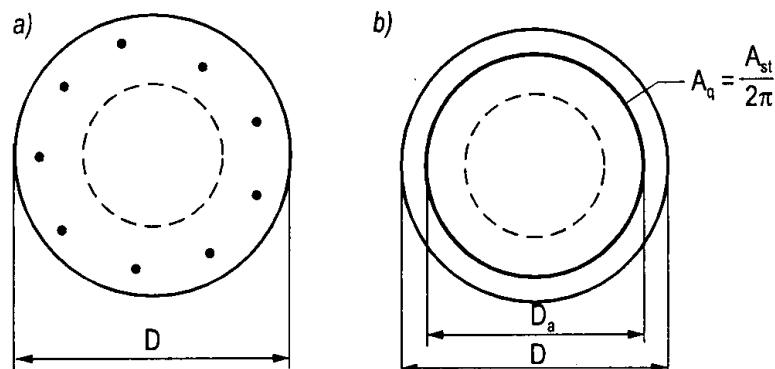
Với tiết diện tròn:

$$\text{Diện tích tiết diện } A_b = \frac{1}{4}\pi D^2 = \pi r^2$$

$$\text{Mômen quán tính } J = \frac{1}{64}\pi D^4 = \frac{1}{4}\pi r^4$$

4.1.2. Giả thiết về cốt thép

Trong tiết diện tròn và vòng khuyên có cốt thép đặt đều theo chu vi, để thuận tiện cho việc lập công thức tính toán người ta giả thiết cốt thép được phân bố đều trên vòng tròn đường kính D_a với mật độ là $A_q = \frac{A_{st}}{2\pi}$, tính trên cung 1 radian. A_{st} là diện tích toàn bộ cốt thép dọc. $D_a = D - 2a$ với a là khoảng cách từ tâm cốt thép đến mép ngoài tiết diện. Khi bố trí cốt thép trên hai vòng tròn (hình 4.2a) mà ở mỗi vòng số cốt thép bằng nhau thì D_a là đường kính trung bình của hai vòng đó. Chính vì muốn dùng giả thiết này mà có yêu cầu số lượng cốt thép không ít hơn 6 thanh. Nếu số thanh cốt thép ít hơn 6 thì không dùng được giả thiết này.



Hình 4.3. Sơ đồ tính toán của tiết diện

4.1.3. Sơ đồ ứng suất

Trong trường hợp thông thường, khi chịu nén lệch tâm tiết diện được chia thành hai vùng: nén và kéo. Trục trung hoà cách mép chịu nén một khoảng x_0 . Cũng giống như trong tiết diện chữ nhật, lấy chiều cao tính đối của vùng nén là x ($x < x_0$) và xem rằng trong phạm vi đó ứng suất trong bê tông vùng nén phân bố đều, bằng cường độ tính toán R_b .

Giới hạn của vùng nén là một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng uốn và mép vùng nén được chắn bởi góc 2φ (hình 4.4).

Xem rằng cốt thép chịu nén cũng được giới hạn trong phạm vi góc 2φ và ứng suất phân bố đều, đạt giá trị cường độ tính toán R_{sc} .

Trong vùng kéo, bỏ qua sự chịu lực của bê tông và chỉ kể đến sự làm việc của cốt thép chịu kéo trong phạm vi góc $2\varphi_1$. Bỏ qua sự chịu lực của cốt thép trong phạm vi góc φ_2 , trong phạm vi đó một phần cốt thép chịu kéo, một phần chịu nén và ứng suất đều rất bé. $\varphi_1 = \pi - \varphi - \varphi_2$.

Trên biểu đồ biến dạng, thể hiện ε_c là biến dạng lớn nhất của mép bê tông vùng nén, ε_s là biến dạng lớn nhất của cốt thép chịu kéo.

Để đơn giản hoá việc tính toán giả thiết trong phạm vi cung $2\varphi_1$ ứng suất trong cốt thép chịu kéo phân bố đều, có giá trị R_s .

Đặt $\varphi_2 = v_2\varphi$ thì $\varphi_1 = \pi - (1 + v_2)\varphi$. Giá trị v_2 phụ thuộc vào góc φ . Khi φ là khá bé $v_2 > 1$ và giảm xuống nhanh chóng khi φ tăng lên. Với các giá trị trung bình, thường gặp của φ bằng $(0,3 \div 0,6)\pi$ thì v_2 thay đổi trong khoảng 0,6 đến 0,45. Theo tiêu chuẩn TCXDVN 356 thì lấy $v_2 = 0,5 + 6R_s \cdot 10^{-4}$.

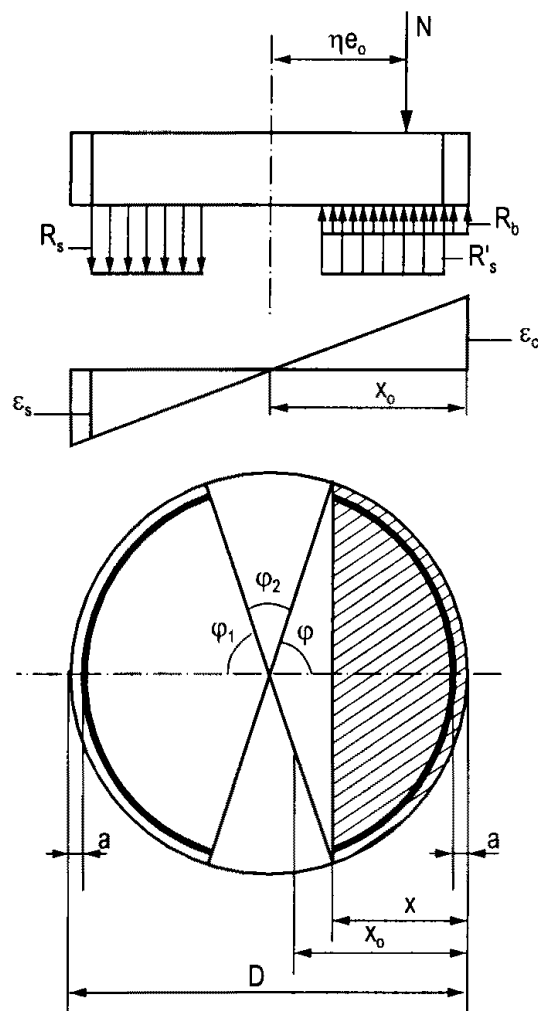
4.1.4. Điều kiện tính toán, công thức cơ bản

4.1.4.1. Nội lực tính toán

Nội lực tính toán gồm mômen M và lực dọc N được đưa về thành lực N đặt cách trục cấu kiện một đoạn ηe_0 với $\eta \geq 1$ là hệ số xét đến uốn dọc, xác định theo công thức (1.11).

4.1.4.2. Điều kiện về độ bền

Để đảm bảo độ bền cần thoả mãn các điều kiện chung (1.19), (1.20). Với tiết diện tròn và vòng khuyên, trục để lấy mômen M_u và M_{gh} là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng uốn và đi qua trọng tâm của tiết diện. Điều kiện bền được viết thành:



Hình 4.4. Sơ đồ ứng suất tính toán

$$N = N_{gh} = N_B + N'_A - N_A \quad (4-1)$$

$$N\eta e_o \leq M_{gh} = M_B + M'_A + M_A \quad (4-2)$$

N_B, N'_A, N_A - hình chiếu của nội lực trong bê tông vùng nén, cốt thép chịu nén và cốt thép chịu kéo lên phương trục cấu kiện.

M_B, M'_A, M_A - mômen của các lực kể trên lấy đối với trục đi qua trọng tâm của tiết diện.

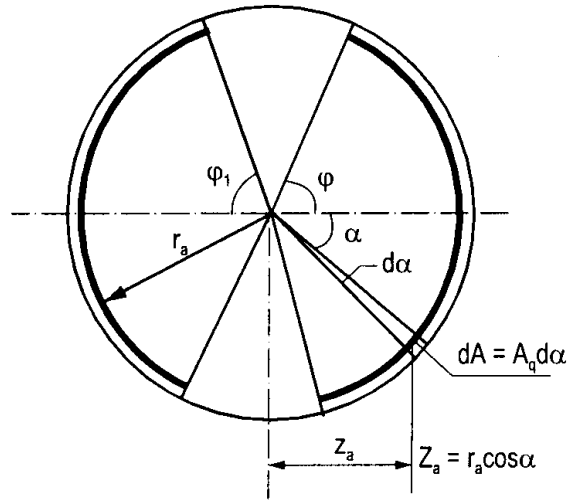
4.1.4.3. Nội lực trong cốt thép

Trong tiết diện tròn và vòng khuyên, nội lực N'_A, N_A, M'_A, M_A được tính toán giống nhau. Chỗ khác nhau giữa hai tiết diện là cách xác định N_B và M_B .

Cốt thép vùng nén được giới hạn bởi góc 2φ , diện tích sẽ là

$$A'_s = \frac{A_{st}}{2\pi} \cdot 2\varphi = \frac{A_{st}}{\pi} \varphi. \text{ Cốt thép vùng}$$

$$\text{kéo sẽ là } A_s = \frac{A_{st}}{\pi} \varphi_1.$$



Hình 4.5. Sơ đồ tính nội lực trong cốt thép

$$N_A = \frac{A_{st}}{\pi} R_s \varphi_1 ; N'_A = \frac{A_{st}}{\pi} R_{sc} \varphi \quad (4-3)$$

Mômen M_A, M'_A được xác định theo phương pháp tích phân. Lấy biến số là góc α như trên hình 4.5 với vi phân $d\alpha$. Vi phân của diện tích cốt thép là $dA = A_q d\alpha = \frac{A_{st}}{2\pi} d\alpha$.

$$M'_A = 2 \int_0^\varphi R_{sc} dA Z_a = \frac{A_{st}}{\pi} R_{sc} r_a \int_0^\varphi \cos \alpha d\alpha = \frac{R_{sc} A_{st}}{\pi} r_a \sin \varphi \quad (4-4a)$$

$$M_A = 2 \int_0^{\varphi_1} R_s dA Z_a = \frac{R_s A_{st}}{\pi} r_a \sin \varphi_1 \quad (4-4b)$$

TCXDVN 356 - 2005 đặt $\varphi_s = \frac{\varphi_1}{\pi}$ và đưa ra công thức thực nghiệm:

$$\varphi_s = \omega_1 - \omega_2 \xi \text{ với } \xi = \frac{\varphi}{\pi}.$$

$$\omega_1 = \eta_r - \frac{\sigma_{sp}}{R_s} ; \omega_2 = \omega_1 \delta ;$$

$$\delta = 1 + v_2 = 1,5 + 6R_s 10^{-4}.$$

η_r - hệ số, lấy tùy thuộc vào loại cốt thép. Với cốt thép có giới hạn chảy thực tế (CI, CII, CIII) lấy $\eta_r = 1$. Với cốt thép có giới hạn chảy quy ước (CIV, AIV...) lấy $\eta_r = 1,1$.

σ_{sp} - ứng suất trong cốt thép ứng lực trước. Với các cột bằng bê tông cốt thép thường thì $\sigma_{sp} = 0$.

Với các cột bằng BTCT thông thường dùng các cốt thép có giới hạn chảy thì:

$$\begin{aligned} \varphi_s &= 1 - \delta\xi \\ N_A &= A_{st}R_s\varphi_s \end{aligned} \quad (4-3a)$$

TCXDVN 356 trình bày cách tính M_A theo công thức (4-5):

$$M_A = N_A Z_s = A_{st}R_s\varphi_s Z_s \quad (4-5)$$

Z_s - khoảng cách từ điểm đặt N_A đến trọng tâm tiết diện; $Z_s = \frac{r_a \sin \varphi_1}{\varphi_1}$

TCXDVN 356 - 2005 đưa ra công thức thực nghiệm xác định Z_s :

$$Z_s = (0,2 + 1,3\xi)r_a \quad (4-6)$$

4.1.4.4. Các trường hợp tính toán

TCXDVN 356 - 2005 đưa ra hai trường hợp tính toán phụ thuộc vào $\xi = \frac{\varphi}{\pi}$. Khi $\xi \geq 0,15$ thì trong công thức (4-3a) dùng $\varphi_s = \omega_1 - \omega_2\xi$.

Khi $\xi < 0,15$ thì lấy $\xi = 0,15$ để xác định φ_s và Z_s .

Trong các trường hợp, khi tính được $\varphi_s < 0$ thì lấy $\varphi_s = 0$ và trong các công thức lấy $\omega_1 = \omega_2 = 0$.

4.2. TÍNH TOÁN TIẾT DIỆN TRÒN

4.2.1. Nội lực trong bê tông vùng nén

Dùng phương pháp lấy tích phân. Biến số là góc α và $d\alpha$ như trên hình 4.6. Vi phân diện tích vùng nén là dB .

$$dB = b dZ; b = 2r \sin \alpha; Z = r \cos \alpha; dZ = -r \sin \alpha d\alpha,$$

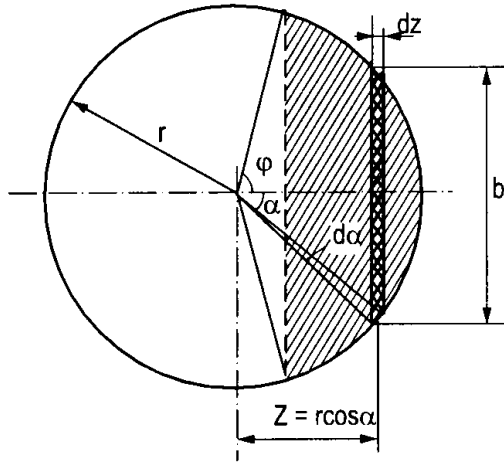
$$N_B = \int_0^\varphi R_b dB = 2R_b r^2 \int_0^\varphi \sin^2 \alpha d\alpha = \frac{R_b A_b}{\pi} \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) \quad (4-7)$$

$$M_B = \int_0^\varphi R_b dBZ = 2R_b r^3 \int_0^\varphi \sin^2 \alpha \cos \alpha d\alpha = \frac{2}{3} R_b r^3 (\sin \varphi)^3$$

$$M_B = \frac{2}{3\pi} R_b A_b r \sin^3 \varphi \quad (4-8)$$

Trong công thức (4-7) đã dùng $A_b = \pi r^2$, như vậy $r^2 = \frac{A_b}{\pi}$.

Hình 4.6. Sơ đồ tính nội lực trong bê tông



4.2.2. Công thức cơ bản

Tính toán cần tuân theo điều kiện (4-1), (4-2) trong đó các thành phần của N_{gh} và M_{gh} được xác định theo công thức (4-3), (4-4), (4-5), (4-7), (4-8). Kết quả là:

$$M_{gh} = \frac{2}{3\pi} R_b A r \sin^3 \varphi + \frac{R_{sc} A_{st}}{\pi} r_a \sin \varphi + R_s A_{st} \varphi_s Z_s \quad (4-9)$$

$$N_{gh} = \frac{R_b A}{\pi} \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) + \frac{R_{sc} A_{st}}{\pi} \varphi - R_s A_{st} \varphi_s \quad (4-10)$$

4.2.3. Bài toán kiểm tra khả năng chịu lực

Biết kích thước tiết diện và cốt thép, chiều dài tính toán l_0 , kiểm tra xem tiết diện có đủ khả năng chịu cặp nội lực M, N .

Tra các số liệu $R_b; E_b; R_s$.

Xác định a theo cấu tạo, tính $r, r_a = r - a$; diện tích tiết diện A , diện tích toàn bộ cốt thép A_{st} .

Xét ảnh hưởng của uốn dọc. $\lambda_D = \frac{l_0}{D}$. Khi $\lambda_D \leq 7$ lấy $\eta = 1$. Khi $\lambda_D > 7$ tính J, N_{th} và η .

Tính $e_1 = \frac{M}{N}$. Xét độ lệch tâm ngẫu nhiên e_a .

với kết cấu tĩnh định $e_o = e_1 + e_a$.

với kết cấu siêu tĩnh $e_o = \max(e_1, e_a)$.

$$M^* = N \eta e_o.$$

Giả thiết có $\xi = \frac{\varphi}{\pi} \geq 0,15$. Cho $N = N_{gh} = (4-10)$, với $\varphi_s = \omega_1 - \omega_s \xi$ rút ra phương trình:

$$\varphi = \frac{\pi(N + R_s A_{st} \omega_1) + 0,5R_b A \sin 2\varphi}{R_b A + A_{st}(R_{sc} + \omega_2 R_s)} \quad (4-11)$$

Nếu tính được $\varphi = \frac{\varphi}{\pi} < 0,15$ thì lấy $\xi = 0,15$ để tính φ_s và Z_s và xác định φ theo phương trình (4-12).

$$\varphi = \frac{\pi(NR_s A_{st} \varphi_s) + 0,5R_b A \sin 2\varphi}{R_b A + R_{sc} A_{st}} \quad (4-12)$$

Giải phương trình siêu việt (4-11) hoặc (4-12) có thể dùng chương trình máy tính, dùng phương pháp đồ thị hoặc gần đúng dần.

Có được φ dùng công thức (4-9) để xác định M_{gh} và kiểm tra theo điều kiện (4-2).

4.2.4. Tính toán cốt thép

Biết kích thước tiết diện, chiều dài tính toán l_0 , yêu cầu tính toán cốt thép A_{st} đủ để chịu cặp nội lực M, N .

Chuẩn bị các số liệu R_b, E_b, R_s . Giả thiết chiều dày lớp đệm a , tính r, r_a , diện tích tiết diện A .

Xét ảnh hưởng uốn dọc, xác định η ; tính e_0 và $M^* = N\eta e_0$.

Hiện tại chưa có phương pháp tính trực tiếp ra được A_{st} mà thường phải dùng cách tính gần đúng dần và tốt nhất là lập chương trình cho máy tính. Có thể lập chương trình tính theo phương pháp số gia giới nội như sau:

Chọn một giá trị φ_a để bắt đầu tính toán:

$$\varphi = \varphi_a = \frac{\psi_a N}{AR_b}$$

có thể lấy $\varphi_a = 1,5 \div 2,5$ và $\Delta\varphi = 0,08 \div 0,12$.

Tính $\sin\varphi, \sin^3\varphi, \sin 2\varphi$ và từ điều kiện $N\eta e_0 = M_{gh} = (4-a)$ rút ra:

$$A_{st} = \frac{N\eta e_0 - \frac{2}{3\pi} R_b A r \sin^3 \varphi}{\frac{1}{\pi} R_{sc} r_a \sin \varphi + R_s \varphi_s Z_s} \quad (4-13)$$

Với A_{st} và φ đã có, tính giá trị N_{gh} theo công thức (4-10)

So sánh N_{gh} vừa tính được với N . Khi mà $N_{gh} < N$ thì tiếp tục tính với giá trị mới của $\varphi = \varphi_i + \Delta\varphi$ cho đến khi đạt được $N_{gh} \geq N$.

Giá trị cần thiết của A_{st} ứng với trường hợp $N = N_{gh}$.

Trường hợp không có điều kiện lập và sử dụng chương trình máy tính thì cũng có thể theo phương pháp trên để tính bằng tay và để giảm nhẹ khối lượng tính toán thì sau mỗi lần tính cần phân tích kết quả nhận được để chọn $\Delta\varphi$ thích hợp.

4.2.5. Thí dụ tính toán

Thí dụ 1: Cho cột tròn thuộc kết cấu siêu tĩnh đường kính $D = 40\text{cm}$, bê tông cấp cường độ 25, chiều dài tính toán $l_0 = 3\text{m}$; cốt thép đặt đều theo chu vi $8\phi 20$ loại thép RB400. Yêu cầu kiểm tra xem cột có đủ khả năng chịu cặp nội lực $N = 800\text{ kN}$; $M = 176\text{kNm}$.

Số liệu: cấp cường độ 25 có cường độ tính toán gốc $14,5\text{ MPa}$; $E_b = 30000\text{ MPa}$. Cốt thép RB 400.

Có $R_s = R'_s = 365\text{MPa}$,

Lớp bảo vệ 3cm ; $a = 3 + \phi/2 = 4\text{cm}$.

$$r = 0,5D = 20\text{cm} = 200\text{mm}; r_a = 160\text{mm}$$

$$A = \pi r^2 = 3,14 \times 200^2 = 125600\text{mm}^2; A_{st} = 8\phi 20 = 2510\text{mm}^2$$

Xét uốn dọc: $\lambda_D = \frac{l_0}{D} = \frac{3000}{400} = 7,5 > 7$

$$J = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{3,14}{64} \times 400^4 = 12,566 \times 10^8 \text{mm}^4$$

$$N_{th} = \frac{2,5E_b J}{l_0^2} = \frac{2,5 \times 30000 \times 12,566 \times 10^8}{3000^2} = 10470000 \text{Niu}$$

$$N_{th} = 10470\text{kN}$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{th}}} = \frac{1}{1 - \frac{800}{10470}} = 1,08$$

$$e_1 = \frac{M}{N} = \frac{176}{800} = 0,22\text{m} = 220\text{mm}; \text{Độ lệch tâm ngẫu nhiên } e_a = 20\text{mm}$$

$$e_o = \max(e_1, e_a) = 220\text{m}.$$

$$N\eta e_o = 800 \times 1,08 \times 0,22 = 190,08 \text{kNm}$$

Theo phương pháp gần đúng dần, giả thiết φ_a tính $\sin 2\varphi_a$, tính lại φ_b theo (4-13a), so sánh φ_b và φ_a .

Cốt thép RB400 có giới hạn chảy, lấy $\omega_1 = 1$; $\delta = 1,5 + 6R_s \cdot 10^{-4} = 1,72$.

$$\omega_2 = \omega_1 \delta = 1,72. \text{ Theo (4-11) có:}$$

$$\varphi = \frac{3,1416(800000 + 365 \times 2510) + 0,5 \times 14,5 \times 125600 \sin 2\varphi}{14,5 \times 125600 + (365 + 1,72 \times 365)2510}$$

$$\varphi = 1,25 + 0,211 \sin \varphi.$$

Giải phương trình bằng phương pháp gần đúng dần.

Giả thiết $\varphi_a = 1,5$; $\sin 2\varphi_a = 0,1412$.

$\varphi_b = 1,25 + 0,211 \times 0,1412 = 1,28$. Nhỏ hơn $\varphi_a = 1,5$ đã giả thiết.

Lấy $\varphi_a = 1,35$; $\sin 2\varphi_a = 0,42738$; tính lại được $\varphi_b = 1,34$.

Lấy $\varphi_a = 1,343$ tính ra $\varphi_b = 1,3428$. Chấp nhận $\varphi = 1,343$.

$$\xi = \frac{\varphi}{\pi} = \frac{1,343}{3,14} = 0,4275 > 0,15.$$

$$\sin \varphi = 0,974; \sin^3 \varphi = 0,924; \sin 2\varphi = 0,44.$$

Xác định M_{gh} theo (4-9):

$$M_{gh} = \frac{2}{3\pi} R_b A_r \sin^3 \varphi + \frac{R_{sc}}{\pi} A_{st} r_a \sin \varphi + R_s A_{st} \varphi_s Z_s$$

Trong đó $\varphi_s = \omega_1 - \omega_2 \xi = 1 - 1,72 \xi = 1 - 1,72 \times 0,4275 = 0,2647$

$$Z_s (0,2 + 1,3\xi)r_a = (0,2 + 1,3 \times 0,4275)160 = 121 \text{mm}.$$

$$M_{gh} = \frac{2}{3\pi} \times 14,5 \times 125600 \times 200 \times 0,924 + \frac{1}{\pi} \times 365 \times 2510 \times 160 \times 0,974 + 365 \times 2510 \times 0,2647 \times 121 = 146,2 \times 10^6$$

$N\eta c_o = 190,08 > M_{gh}$. Tiết diện chưa đủ khả năng chịu lực.

Thí dụ 2. Với số liệu như thí dụ 1 nhưng chưa có cốt thép. Yêu cầu tính toán cốt thép cần thiết.

Giả thiết $a = 40 \text{mm}$; $r_a = 160 \text{mm}$, tính toán theo phương pháp gần đúng dần

Tính A_{st} theo (4-13) trong đó $\omega_1 = 1$; $\delta = 1,5 + 6R_s 10^4 = 1,72$; $\omega_2 = \omega_1 \delta = 1,72$

$$\varphi_s = \omega_1 - \omega_2 \xi = 1 - 1,72 \xi = 1 - 0,5475 \varphi$$

$$Z_s = (0,2 + 1,3\xi)r_a = (0,2 + 0,4138\varphi) 160$$

$$A_{st} = \frac{N\eta c_o - \frac{2}{3\pi} R_b A_r \sin^3 \varphi}{\frac{1}{\pi} R_{sc} r_a \sin \varphi + R_s \varphi_s Z_s} = \frac{190,08 \times 10^6 - \frac{2}{3\pi} \times 14,5 \times 125600 \times 200 \times \sin^3 \varphi}{\frac{1}{\pi} \times 365 \times 160 \times \sin \varphi + 365 \varphi_s Z_s}$$

$$A_{st} = \frac{(190,08 - 77,294 \sin^3 \varphi) 10^3}{18,59 \sin \varphi + 0,365 \varphi_s Z_s}$$

$$\text{Đầu tiên lấy } \varphi = \frac{2,5N}{R_b A} = \frac{2,5 \times 800000}{14,5 \times 125600} = 1,1 \text{ Radian ;}$$

$$\xi = \frac{\varphi}{\pi} = \frac{1,1}{3,14} = 0,35 > 0,15 ; \sin \varphi = 0,8912; \sin 2\varphi = 0,8085;$$

$$\sin^3 \varphi = 0,7078; \varphi_s = 1 - 0,5475\varphi = 0,39775 ;$$

$$Z_s = (0,2 + 0,4138\varphi)160 = 104,8 \text{ mm}$$

$$A_{st} = \frac{(109,08 - 77,294 \times 0,7078)10^3}{18,59 \times 0,8912 + 0,365 \times 0,39775 \times 104,8} = 4258 \text{ mm}^2$$

Tính N_{gh} theo công thức (4-10):

$$N_{gh} = \frac{R_b A}{\pi} (\varphi - 0,5 \sin 2\varphi) + \frac{R_{sc} A_{st}}{\pi} \varphi - R_s A_{st} \varphi_s$$

$$N_{gh} = 579700 (\varphi - 0,5 \sin 2\varphi) + (116,18\varphi - 365\varphi_s) A_{st}$$

Với $\varphi = 1,1$; $\sin 2\varphi = 0,8085$; $\varphi_s = 0,39775$ tính được $N_{gh} = 329000$.

Giá trị N_{gh} tính được khá bé so với $N = 800000$.

Lấy $\varphi = 1,3$; $\xi = \frac{\varphi}{\pi} = 0,4182$; tính được $\varphi_s = 0,2887$; $Z_s = 118\text{mm}$; $\sin \varphi = 0,963558$;

$\sin^3 \varphi = 0,8946$; $\sin 2\varphi = 0,5155$. Tính được $A_{st} = 3985$. Với $A_{st} = 3985$ và $\varphi = 1,3$ tính lại được $N_{gh} = 786170$; gần với $N = 800000$. Lấy $\varphi = 1,35$ tính được $A_{st} = 3989$ và $N = 905000$.

$\varphi = 1,3$	$A_{st} = 3985$	$N = 786170$
$\varphi = 1,35$	$A_{st} = 3989$	$N = 905000$

Suy ra với $N = 800000$, lấy $\varphi = 1,31$ và $A_{st} = 3986 \text{ mm}^2$; $\mu_s = 3,1\%$.

4.2.6. Đánh giá và xử lý kết quả

Cốt thép tính được có thể là dương hoặc âm. Khi tính được $A_{st} > 0$ nên tính tỉ lệ cốt thép $\mu_s = \frac{A_{st}}{A_b}$. Điều kiện $\mu_{min} \leq \mu_s \leq \mu_{max}$. Thông thường $\mu_{min} = 0,005$ và $\mu_{max} = 0,06$ (6%).

Khi μ_s quá bé hoặc $A_{st} \leq 0$ chứng tỏ kích thước tiết diện quá lớn, nếu có thể thì nên giảm kích thước tiết diện và tính lại, nếu không, cần đặt cốt thép theo yêu cầu tối thiểu. Khi có μ_s quá lớn chứng tỏ kích thước tiết diện quá bé, cần tăng kích thước hoặc tăng mác bê tông (hoặc tăng cả hai).

4.2.7. Biểu đồ tương tác

Việc tính toán cốt thép hoặc kiểm tra khả năng chịu lực sẽ trở nên đơn giản hơn rất nhiều khi lập được họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên.

4.2.7.1. Lập họ biểu đồ

Biểu đồ được lập với hai trục biểu diễn thông số n , m :

$$n = \frac{N}{R_b A} ; \quad (4-14)$$

$$m = \frac{N\eta e_o}{R_b A r} \quad (4-15)$$

$$\alpha = \frac{R_s A_{st}}{R_b A} \quad (4-16)$$

Chọn thông số $\beta_a = \frac{r_a}{r}$

Với các loại cốt thép có giới hạn chảy và $R_s \leq 400\text{MPa}$ có $R_{sc} = R_s$ và $\omega_1 = 1$.

$$\delta = 1,5 + 6R_s 10^{-4} ; \varphi_s = 1 - \delta\xi ; \text{ Khi } \varphi_s < 0 \text{ thì lấy } \varphi_s = 0.$$

$$Z_s = (0,2 + 1,3\xi)r_a = \beta_a (0,2 + 1,3\xi) r$$

Biến đổi công thức (4-9) và (4-10) thành:

$$n = \xi (1 + \alpha) - 0,159\sin 2\varphi - \alpha\varphi_s \quad (4-17)$$

$$m = 0,2122 \sin^3 \varphi + 0,3183\beta_a \alpha \sin \varphi + \beta_a \alpha \varphi_s (0,2 + 1,3\xi) \quad (4-18)$$

Ứng với mỗi giá trị R_s và α chọn trước, cho ξ thay đổi. Với mỗi giá trị của ξ tìm được một cặp giá trị của n và m . Tập hợp các giá trị của n và m có được một biểu đồ ứng với α . Cho α nhiều giá trị khác nhau sẽ có được một họ biểu đồ. Khi vẽ biểu đồ cần loại bỏ các cặp có $n < 0$.

Thí dụ vẽ biểu đồ tương tác với $\beta_a = \frac{r_a}{r} = 0,9 ; R_s = 280\text{MPa}$.

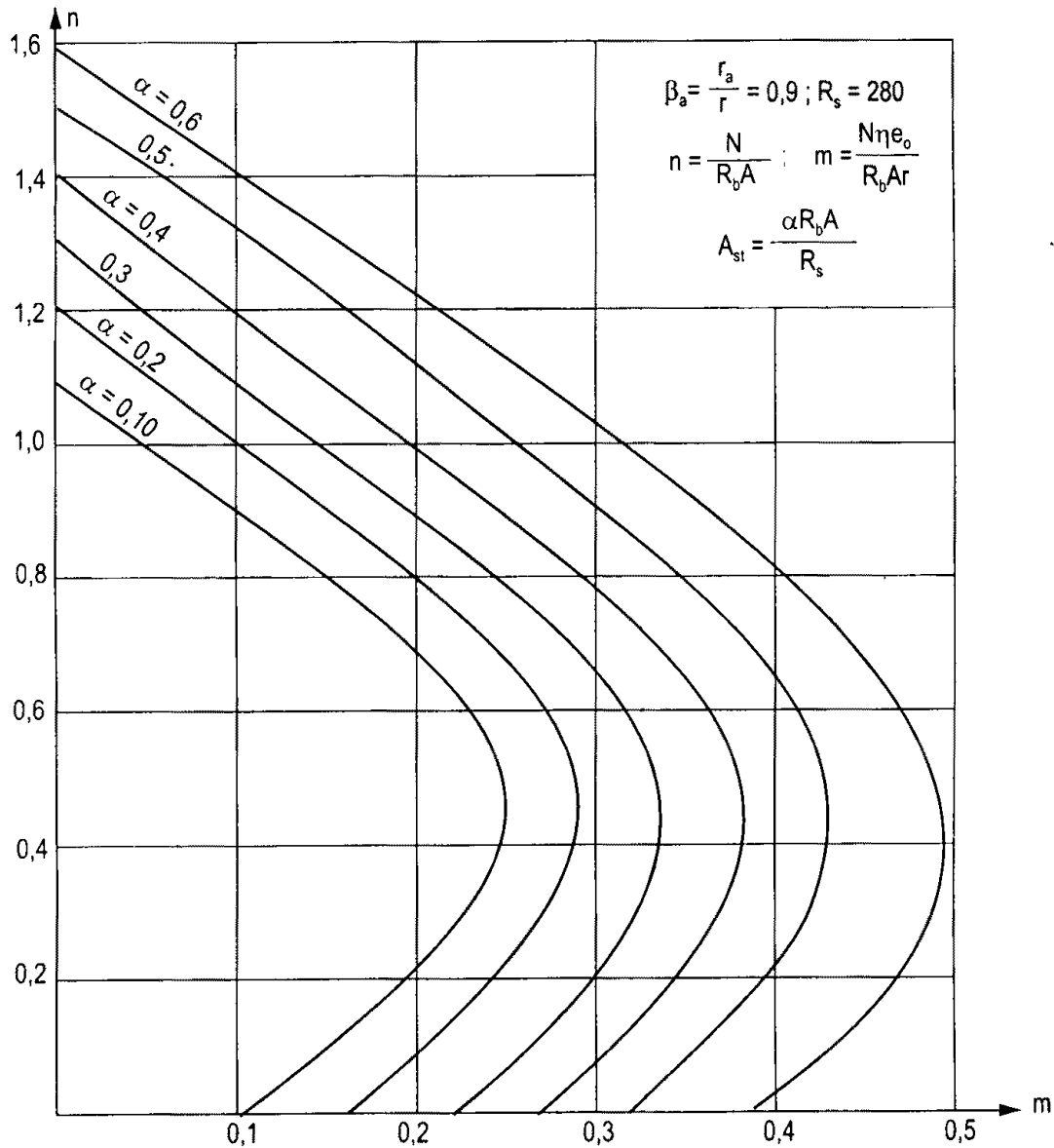
Tính toán: $\delta = 1,5 + 6R_s 10^{-4} = 1,668$.

$$\varphi_s = 1 - \delta\xi = 1 - 1,668\xi ; \text{ Lấy } \alpha = 0,20.$$

Cho ξ thay đổi, kết quả tính toán ghi trong bảng.

ξ	0,12	0,2	0,28	0,36	0,44	0,52	0,60	0,68	0,76	0,84	0,92	1,0
$\varphi = \xi\pi$	0,3770	0,6283	0,8796	1,1310	1,3823	1,6336	1,8850	2,1363	2,3876	2,6390	2,8900	3,1416
$\sin \varphi$	0,3681	0,5877	0,7705	0,9048	0,9823	0,9980	0,9510	0,8443	0,6848	0,4818	0,2414	0,00
$\sin^3 \varphi$	0,0499	0,2030	0,4574	0,7407	0,9478	0,9940	0,8600	0,6006	0,3208	0,1119	0,0154	0,00
$\sin^2 \varphi$	0,6845	0,9510	0,9823	0,7704	0,3683	-0,1253	-0,5877	-0,9047	-0,9980	-0,8450	-0,4820	0,00
φ_s	0,7998	0,6664	0,5330	0,3995	0,2661	0,1237	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
n	0,1,246	-0,04450	0,0732	0,2296	0,4162	0,6292	0,8135	0,9600	1,070	1,1420	1,180	1,20
m	0,0824	0,1282	0,1952	0,2569	0,2942	0,2875	0,2369	0,1760	0,1703	0,0513	0,0170	0,00

Hình 4.7 giới thiệu một họ biểu đồ với $\alpha = 0,1 \div 0,6$. Tuy trên hình có ghi đầy đủ các số liệu nhưng mang tính tượng trưng là chủ yếu, chưa đủ độ chính xác để dùng cho thiết kế thực tế. Ở phụ lục 10 có cho một số biểu đồ có thể dùng để thiết kế.



Hình 4.7. Thí dụ về họ biểu đồ tương tác tiết diện tròn

4.2.7.2. Cách dùng biểu đồ

Họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên của tiết diện tròn cũng được dùng tương tự như đối với tiết diện chữ nhật đã trình bày ở mục 2.5.6.

Để tính toán cốt thép cần giả thiết a , tính $\beta_a = \frac{r_a}{r}$ chọn dùng họ biểu đồ với β_a và R_s

thích hợp. Tính các giá trị n , m và tra biểu đồ, tìm được giá trị α cần thiết. Thông thường để có được α cần phải nội suy. Diện tích toàn bộ cốt thép A_{st} tính theo công thức (4-19):

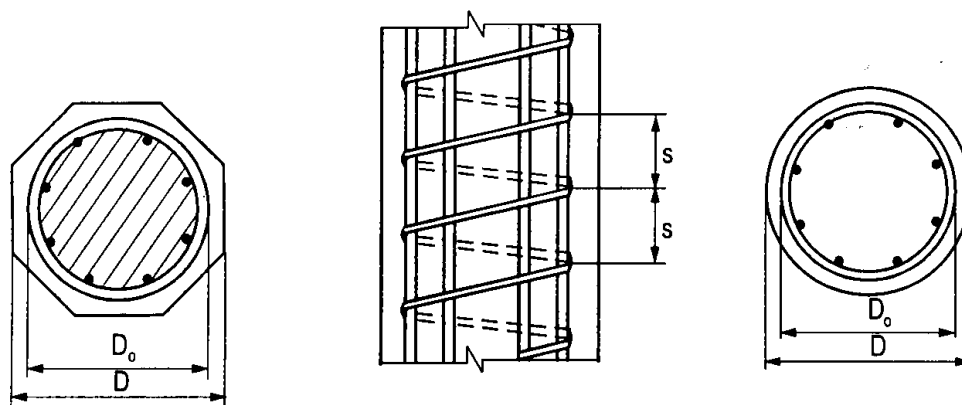
$$A_{st} = \frac{\alpha R_b A}{R_s} \quad (4-19)$$

Để kiểm tra khả năng chịu lực khi đã biết cấu tạo của cốt thép, dùng công thức (4-16) tính ra α . Từ họ biểu đồ trích ra biểu đồ ứng với α đã biết. Tính giá trị n , m và có được một điểm. Khi điểm đó nằm ở miền trong của biểu đồ thì tiết diện đủ khả năng chịu lực.

4.3. CẤU KIỆN CÓ CỐT ĐAI LÒ XO

4.3.1. Đặc điểm cấu tạo

Cốt đai lò xo được uốn thành các vòng tròn liên tục từ các sợi thép khá dài. Đường kính sợi thép 5 ÷ 8mm, có thể đến 10mm. Gọi D_0 là đường kính của vòng tròn tính đến trục cốt thép lò xo và s là bước lò xo (là khoảng cách của các cốt đai).



Hình 4.8. Cấu kiện có cốt đai lò xo

Ngoài các quy định đối với cốt thép đai trong cấu kiện chịu nén thì bước của lò xo được giới hạn trong khoảng $s = \left(\frac{1}{4} \div \frac{1}{8} \right) D_0$. Nên chọn $s \leq \frac{1}{5} D_0$ (hình 4.6).

Cốt đai lò xo ôm lấy toàn bộ cốt thép dọc được đặt phân đều trên một vòng tròn. Tiết diện của cấu kiện có thể là tròn hoặc đa giác đều.

4.3.2. Sự làm việc của cấu kiện

Khi bị nén, bê tông ngoài biến dạng co ngắn còn bị nở ngang. Thực nghiệm cho biết nếu hạn chế được sự nở ngang của bê tông sẽ làm tăng được một cách đáng kể khả năng chịu nén cũng như biến dạng dọc cực hạn của nó.

Dùng cốt thép đai lò xo là nhằm mục đích trên.

Gọi phần bê tông nằm bên trong cốt đai lò xo là lõi, phần nằm bên ngoài là lớp bảo vệ.

Thí nghiệm nén cấu kiện cho đến lúc lớp bê tông bảo vệ bị phá vỡ hoàn toàn thì phần lõi vẫn chưa bị phá hoại và còn tiếp tục chịu được lực nén tăng thêm nữa. Cốt đai lò xo đã có tác dụng cản trở biến dạng nở ngang của bê tông phần lõi và khi cấu kiện chịu nén thì cốt đai lò xo chịu kéo. Lõi bị phá hoại khi ứng suất kéo trong cốt đai lò xo đạt đến

giới hạn chảy, cốt đai có biến dạng lớn, không đủ khả năng ngăn cản biến dạng ngang của bê tông lõi.

4.3.3. Điều kiện sử dụng, công thức tính toán

Cột có cốt đai lò xo được sử dụng để tăng khả năng chịu nén, làm giảm bớt kích thước tiết diện cột. Thông thường chỉ nên dùng cho các cột ngắn (không bị uốn dọc) và chịu nén đúng tâm hoặc nén lệch tâm với độ lệch tâm rất bé ($e_o \leq 0,1 D_o$). Khi cột có độ mảnh lớn (bị ảnh hưởng đáng kể của uốn dọc) hoặc chịu nén lệch tâm lớn thì dùng cốt đai lò xo không có hiệu quả.

Tính toán khả năng chịu nén của cột người ta chỉ kể đến sự làm việc của bê tông phần lõi, của cốt thép dọc và ảnh hưởng của cốt đai lò xo mà bỏ qua lớp bê tông bảo vệ.

Tính toán cấu kiện chịu nén đúng tâm, không bị uốn dọc được tiến hành theo điều kiện (4-20):

$$N \leq N_{gh} = (R_b A_L + R_{sc} A_{st} + 2R_s A_{lx}) \quad (4-20)$$

Trong đó: $A_L = \frac{1}{4} \pi D_o^2$ - diện tích tiết diện lõi;

A_{st} - diện tích toàn bộ cốt thép dọc;

R_s - cường độ tính toán về kéo của cốt đai lò xo;

A_{lx} - diện tích tính đối của cốt đai lò xo:

$$A_{lx} = \frac{\pi D_o a_{lx}}{s}$$

a_{lx} - diện tích tiết diện ngang của cốt đai lò xo.

Tính toán cấu kiện nén lệch tâm khi độ mảnh cấu kiện $\lambda = \frac{l_o}{i} < 35$ được tiến hành theo tiết diện tròn đường kính D_o , trong đó thay giá trị R_b bằng R_{btc} là cường độ bê tông đã được tăng cao nhờ tác dụng của cốt lò xo.

$$R_{btc} = R_b + 2\mu_{lx} R_s \left(1 - \frac{7,5e_o}{D_o} \right) \quad (4-21)$$

$$\mu_{lx} = \frac{4a_{lx}}{D_o s}$$

Trong tính toán chỉ kể đến tác dụng của cốt thép lò xo khi mà kể đến nó sẽ làm tăng khả năng chịu lực (hoặc giảm được cốt thép A_{st}). Nếu kể đến cốt lò xo mà không đạt hiệu quả như vừa nêu thì tính toán theo tiết diện nguyên, đường kính D , không kể đến cốt lò xo.

4.4. TIẾT DIỆN VÒNG KHUYÊN

4.4.1. Số liệu về tiết diện

Tiết diện vòng khayên có các kích thước như sau:

r_1 - bán kính trong;

r_2 - bán kính ngoài

$r_0 = 0,5 (r_1 + r_2)$ - bán kính trung bình;

$\delta_0 = r_2 - r_1$ - chiều dày. Thông thường có $\delta_0 \leq 0,5r_2$ (hoặc $r_1 \geq 0,5r_2$).

A - diện tích của tiết diện bê tông:

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2) = 2\pi r_0 \delta_0$$

J - mômen quán tính của tiết diện:

$$J = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4)$$

i - bán kính quán tính:

$$i = \sqrt{\frac{J}{A}} = 0,5 \sqrt{r_2^2 + r_1^2}$$

A_{st} - diện tích toàn bộ cốt thép dọc.

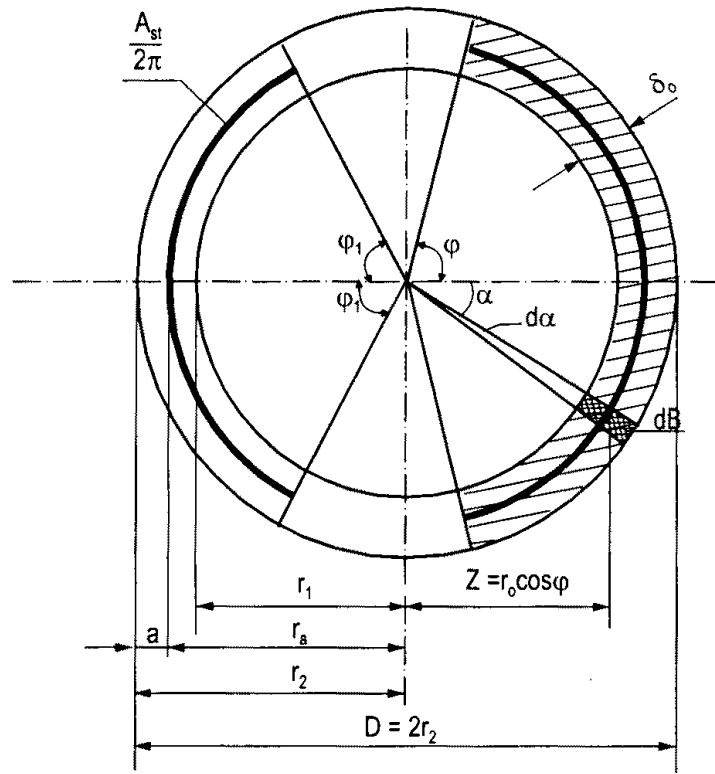
r_a - bán kính vòng cốt thép.

Trường hợp số lượng cốt thép không quá nhiều thì tất cả các thanh được đặt trên một vòng tròn đường kính $D_a = 2r_a$. Khi tiết diện khá lớn, số lượng cốt thép nhiều thì có thể bố trí cốt thép trên hai vòng, có diện tích bằng nhau, lúc đó r_a là bán kính trung bình của hai vòng cốt thép (hình 4.2).

4.4.2. Điều kiện và giả thiết

Nội lực tính toán gồm lực nén N, mômen uốn M. Độ mảnh $\lambda = \frac{l_0}{i}$. Khi $\lambda > 28$ cần xét đến uốn dọc, tính N_{th} theo công thức (1.14) và hệ số η theo (1.11). Độ bền được lấy theo điều kiện (4-1) và (4-2). Nội lực trong cốt thép N_A , N'_A , M_A , M'_A được lấy theo mục 4.1.4.3. giống như trong tiết diện tròn.

Nội lực trong bê tông vùng nén được xác định với giả thiết ứng suất phân bố đều, đạt giá trị R_b . Thực tế vùng nén được giới hạn bởi một đường thẳng nhưng để đơn giản hoá việc lập công thức chấp nhận giả thiết vùng nén được giới hạn bởi hai bán kính lập thành góc ở tâm 2φ (vì dùng giả thiết này mà cần điều kiện $\delta_0 \leq 0,5r_2$).



Hình 4-9. Sơ đồ tính toán tiết diện vòng khuyên

4.4.3. Công thức cơ bản

Để lập công thức, dùng biến số góc α và vi phân $d\alpha$. Vi phân của diện tích vùng nén là dB .

$$dB = \delta_0 r_0 d\alpha$$

Nội lực của vùng bê tông chịu nén là N_B và M_B .

$$N_B = 2 \int_0^\varphi R_b dB = 2R_b \delta_0 r_0 \varphi = \frac{R_b A}{\pi} \varphi$$

$$M_B = 2 \int_0^\varphi R_b dB Z = 2R_b \delta_0 r_0^2 \int_0^\varphi \cos \alpha d\alpha$$

$$M_B = 2R_b \delta_0 r_0^2 \sin \varphi = \frac{R_b A}{\pi} r_0 \sin \varphi \quad (4-22)$$

Kết hợp với nội lực trong cốt thép đã lập được, cuối cùng có:

$$N \eta e_0 \leq M_{gh} = \frac{1}{\pi} (R_b A r_0 + R_{sc} A_{st} r_a) \sin \varphi + R_s A_{st} \varphi_s Z_s \quad (4-23)$$

$$N = N_{gh} = \frac{\varphi}{\pi} (R_b A + R_{sc} A_{st}) - R_s A_{st} \varphi_s \quad (4-24)$$

4.4.4. Kiểm tra khả năng chịu lực

Biết kích thước tiết diện và cấu tạo cốt thép, chiều dài tính toán l_0 , yêu cầu kiểm tra xem tiết diện có đủ khả năng chịu cặp nội lực M, N .

Chuẩn bị số liệu: R_b, E_b, R_s, R_{sc} , xác định a theo cấu tạo cốt thép, các bán kính $r_1, r_2, r_o, r_a = r_2 - a$. Tính diện tích tiết diện A , diện tích cốt thép A_{st} . Xét ảnh hưởng uốn dọc, xác định $J; N_{th}; \eta$. Tính độ lệch tâm $e_1, e_o, \eta e_o$.

a) Giả thiết $\xi > 0,15$. Từ điều kiện $N = N_{gh} = (4-24)$ với $\varphi_s = \omega_1 - \omega_2 \xi$ mà $\xi = \frac{\varphi}{\pi}$, lập được công thức tính φ :

$$\varphi = \frac{(N + R_s A_{st} \omega_1) \pi}{R_b A + (R_{sc} + \omega_2 R_s) A_{st}} \quad (4-25)$$

Khi $\xi = \frac{\varphi}{\pi} \geq 0,15$ thì tính φ_s, Z_s theo ξ và tính M_{gh} theo công thức (4-23).

b) Khi mà $\xi < 0,15$ thì lấy $\xi = 0,15$ để tính φ_s và Z_s .

Tính φ theo công thức (4-26):

$$\varphi = \frac{(N + \varphi_s R_s A_{st}) \pi}{R_b A + R_{sc} A_{st}} \quad (4-26)$$

Tính M_{gh} theo (4-23).

4.4.5. Tính toán cốt thép

Biết kích thước tiết diện, cặp nội lực M, N . Yêu cầu tính toán cốt thép. Trước hết cần chuẩn bị số liệu như ở bài toán kiểm tra, xác định được $A, r_o, \eta e_o$.

Giả thiết chiều dày lớp đệm a , tính $r_a = r_2 - a$.

Để tính được cốt thép cần giải đồng thời hai phương trình (4-23) (4-24) trong đó có một phương trình lượng giác. Thông thường giải theo cách gần đúng dần.

Trước hết chọn một giá trị φ , tính $\xi = \frac{\varphi}{\pi}$; tính φ_s và Z_s (Nếu $\xi < 0,15$ thì dùng $\xi = 0,15$ để tính φ_s và Z_s). Từ điều kiện (4-23) tính được:

$$A_{st} = \frac{\pi N \eta e_o - R_b A r_o \sin \varphi}{R_{sc} r_a \sin \varphi + \pi \varphi_s Z_s R_s} \quad (4-27)$$

Đem giá trị φ và A_{st} tìm được vào công thức (4-24) để tính N_{gh} :

$$N_{gh} = \frac{\varphi}{\pi} (R_b A + R_{sc} A_{st}) - R_s A_{st} \varphi_s$$

So sánh N_{gh} với N . Dựa vào kết quả so sánh mà chọn lại φ . Giá trị A_{st} và φ được chấp nhận với điều kiện $N = N_{gh}$.

4.4.6. Biểu đồ tương tác

Với tiết diện có kích thước và cốt thép đã biết (như trong bài toán kiểm tra khả năng chịu lực) cần vẽ biểu đồ tương tác với hai trục là N_{gh} và $M_{gh} = N\eta e_o$.

Chọn biến trung gian và độc lập là φ . Cho φ thay đổi trong khoảng φ_b đến π .

$$\varphi_b = \frac{3R_s A_{st}}{R_b A + 2,5R_s A_{st}}$$

Lấy giá số $\Delta\varphi = 0,1 \div 0,25$ hoặc có thể lớn hơn.

Từ φ tính $\xi = \frac{\varphi}{\pi}$, φ_s , Z_s , $\sin\varphi$.

Với mỗi giá trị của φ tính được một cặp N_{gh} và M_{gh} theo công thức (4-23), (4-24), từ đó vẽ biểu đồ tương tác.

Để lập biểu đồ không thứ nguyên, đặt:

$$n = \frac{N}{R_b A} \quad ; \quad m = \frac{N\eta e_o}{R_b A r_o} \quad ; \quad \beta_a = \frac{r_a}{r_o}$$

Với các loại cốt thép có giới hạn chảy (CI, CII, CIII, RB300, RB400; RB500) và có $R_{sc} = R_s \leq 400$ MPa, lấy $\omega_1 = 1$; $\delta = 1,5 + 6R_s 10^{-4}$;

$$\varphi_s = \omega_1 - \omega_2 \xi = 1 - \delta \xi.$$

$$Z_s = (0,2 + 1,3\xi)r_a = (0,2 + 1,3\xi)\beta_a r_o$$

$$\alpha = \frac{R_s A_{st}}{R_b A}$$

Dùng công thức (4-23) và (4-24) biến đổi thành:

$$n = \xi(1 + \alpha) - \alpha \varphi_s \quad (4-28)$$

$$m = \frac{1}{\pi}(1 + \alpha\beta_a)\sin\alpha + \alpha\beta_a\varphi_s(0,2 + 1,3\xi) \quad (4-29)$$

Mỗi biểu đồ được lập theo ba thông số β_a , R_s và α khi cho biến số ξ thay đổi. Khi lập biểu đồ cần loại bỏ các cặp giá trị ứng với $N < 0$ (kéo lệch tâm).

Cho α thay đổi sẽ có một họ biểu đồ với hai thông số β_a và R_s . Sự thay đổi của biểu đồ theo R_s là rất ít vì vậy có thể vẽ chung trên một biểu đồ với các R_s khác nhau.

Ở phụ lục 11 cho một vài họ biểu đồ như vậy. Cách dùng họ biểu đồ của tiết diện vòng khuyên cũng giống như đối với tiết diện tròn (xem mục 4.2.7.2).

4.5. TIẾT DIỆN TRÒN VÀ VÒNG KHUYÊN ĐẶC BIỆT

4.5.1. Tiết diện tròn đặc biệt

Khi cột chịu lực tương đối bé nhưng theo yêu cầu về kiến trúc hoặc về hạn chế độ mảnh mà phải chọn đường kính D tương đối lớn so với điều kiện bảo đảm độ bền thì cốt thép A_{st} tính được thường khá bé hoặc không cần thiết. Lúc này khi mà $D \leq 400\text{mm}$, nếu chọn bố trí cốt thép theo yêu cầu tối thiểu thông thường là $6 \phi 16$ thì nhiều khi lượng cốt thép được dùng lớn gấp nhiều lần giá trị A_{st} tính được. Trong trường hợp này để tiết kiệm cốt thép có thể không cần tuân theo các quy định về số lượng thanh tối thiểu và đường kính ϕ với chú ý rằng quy định số thanh cốt thép không ít hơn 6 là nhằm thoả mãn giả thiết tính toán chứ không phải do yêu cầu chịu lực.

Khi tính được A_{st} quá bé hoặc âm cần chọn diện tích theo yêu cầu tối thiểu $A_{min} = \mu_{min}A$ với $\mu_{min} = 0,005$.

Khi mà $D \leq 400$ và $A_{min} \geq 1,5A_{st}$ có thể bố trí $4 \phi 16$ ở 4 góc của hình vuông. Nếu $A_{st} < 0$ có thể bố trí $4 \phi 12$.

Khi mà $D \leq 250$ và $A_{min} \geq 2A_{st}$ có thể bố trí $3 \phi 16$ ở 3 góc của tam giác đều. Nếu $A_{st} < 0$ có thể chỉ đặt $3 \phi 12$.

4.5.2. Tiết diện vòng khuyên đặc biệt

Khi bán kính ngoài r_2 là khá bé tiết diện có thể rơi vào trường hợp đặc biệt, không thoả mãn các yêu cầu cấu tạo thông thường: hoặc là $\delta_o > 0,5r_2$ hoặc là số lượng thanh cốt thép dọc ít hơn 6. Chú ý rằng các yêu cầu cấu tạo nói trên chỉ nhằm để thoả mãn các giả thiết tính toán chứ không phải do yêu cầu chịu lực. Vì vậy vẫn có thể tính toán các tiết diện đặc biệt như vừa nêu, nhưng không dùng được các giả thiết tương ứng.